

Секция «Вычислительная математика и кибернетика»

Исследование сходимости некоторых методов крыловского подпространства конечной арифметике.

Никольский Илья Михайлович

Кандидат наук

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Факультет вычислительной математики и кибернетики, Москва, Россия

E-mail: haifly@rambler.ru

Рассмотрим систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с квадратной невырожденной матрицей

$$Ax = b, \quad (1)$$

где $A \in R^{N \times N}$.

Существует большое количество методов численного решения таких систем. В случае, если матрица A является разреженной, обычно применяют итерационные методы. В данной работе рассматриваются так называемые методы крыловского подпространства, являющиеся частью большого класса проекционных методов.

Основной идеей является поиск приближенного решения \tilde{x} из подпространства K , так, чтобы невязка $r = b - A\tilde{x}$ была бы ортогональна другому подпространству L . Размерности K и L одинаковы: $\dim K = \dim L = m$. В методах крыловского подпространства в качестве K используют следующую линейную оболочку: $K(v) = \text{span}\{v, Av, A^2v, \dots, A^{m-1}v\}$, где v - некоторый N -мерный вектор. Исчерпывающей теории сходимости рассматриваемых методов в конечной арифметике на данный момент не существует. Поэтому для исследований необходимо применять численный эксперимент. В качестве тестовых матриц обычно используют матрицы из коллекций (Matrix Market, Florida University и др.), либо генерируют их с помощью специальных процедур (см., например, [1]). Автором были проведено численное исследование нескольких методов на специальных параметризованных матрицах (параметризация позволяет регулировать спектральные свойства этих матриц).

Часть результатов излагалась в работе [2]. В частности, были выявлены некоторые характерные варианты поведения нормы невязки. В данной работе приводятся некоторые теоретические результаты, позволяющие лучше понять причины, заставляющие норму невязки вести себя тем или иным образом.

Литература

1. Strakos Z. On real convergence rate of the conjugate gradient method // Linear algebra and its applications 154-156:535-549, 1991
2. Никольский И.М. Исследование влияния спектральных свойств матрицы СЛАУ на сходимость некоторых крыловских методов // Прикладная математика и информатика 38, М.: Изд-во факультета ВМК МГУ, 2011, с.66-76
3. Saad Y. Iterative Methods for Sparse Linear Systems. PWS Publishing Company, 1996