## Секция «Математика и механика»

### Асимптотическая оценка количества целых точек в восьмилепестковой розе

***Дементьев Владимир Михайлович***

*Студент*

*Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Москва, Россия*

*E-mail: dementiev.vm@gmail.com*

В теории целых точек существует две классические задачи: проблема Гаусса о числе целых точек в круге и проблема делителей Дирихле о числе целых точек од гиперболой.

Рассмотрим круг $x^2 + y^2 \leq R$ и обозначим через $K(R)$ число целых точек в этом круге. При больших $R$ величина $K(R)$ близка к площади круга $\pi R$. Обозначим через $\Delta(R)$ разность между $K(R)$ и $\pi R$, $\Delta(R) = K(R) - \pi R$. Проблема Гаусса о числе целых точек в круге состоит в том, чтобы для величины $|\Delta(R)|$ получить возможно более точную оценку сверху при $R \to +\infty$. Наиболее известный результат оценки $|\Delta(R)|$ таков:

$$K(R) = \pi R + O\left(R^{\frac{1}{3}-\frac{1}{264}} \ln R\right),$$

где $K(R)$ — количество целых точек в круге $x^2 + y^2 \leq R$.

Аналогично формулируется проблема делителей Дирихле. Рассмотрим гиперболу $xy = R$ и число $L(R)$ целых точек с положительными координатами под ней.

Наиболее известный результат по этой проблеме таков:

$$L(R) = R(\ln R + 2\gamma - 1) + O\left(R^{\frac{1}{3}-\frac{1}{246}} \ln^2 R\right).$$

Рассмотрим восьмилепестковую розу

$$\begin{cases} x = a\cos\phi\sin 4\phi \\ y = a\sin\phi\sin 4\phi, \end{cases}$$

В данной работе доказана следующая асимптотическая формула:

$$K(a) = \pi a^2/2 + O(a^{\frac{2}{3}} \ln a).$$

Для решения задачи применяется метод тригонометрических сумм, в частности, теорема Корпута об оценке тригонометрической суммы по $k$-й производной.

### Литература

1. Карацуба А.А. Основы аналитической теории чисел. 2-е изд. М.: Наука, 1983.

2. Архипов Г.И., Садовничий В.А., Чубариков В.Н. Лекции по математическому анализу. 3-е изд., перераб. и доп. М.: Дрофа, 2003.

3. Виноградов И.М. Основы теории чисел. 9-е изд. Москва–Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2005.