Секция «Вычислительная математика и кибернетика»

Аттракторы конечных динамических систем, ассоциированных с бесконтурными графами

Власова Анастасия Владимировна
Аспирант
Саратовский государственный университет, компьютерных наук и информационных технологий, Саратов, Россия
E-mail: VAnastasiyaV@gmail.com

Под конечной динамической системой понимается пара (S, δ), где S — конечное непустое множество, элементы которого называются состояниями системы, δ: $S \to S$ — отображение множества состояний в себя, называемое эволюционной функцией системы. Каждой конечной динамической системе сопоставляется карта — граф с множеством вершин S и дугами, проведенными из каждой вершины $s \in S$ в вершину $\delta(s)$. Компоненты связности графа, задающего динамическую систему, называются ее бассейнами. Каждый бассейн представляет собой контур с входящими в него деревьями. Контуры называются предельными циклами, или аттракторами. В [3] введены динамические системы бесконтурных графов: каждому такому графу заданной размерности сопоставляется граф, полученный из него переориентацией всех дуг, входящих в каждый сток.

Основными проблемами теории конечных динамических систем являются задачи отыскания эволюционных параметров состояний без проведения динамики. К их числу относятся ветвление (количество непосредственных предшественников) [1], индекс (расстояние до аттрактора того бассейна, которому принадлежит состояние), период (длина соответствующего аттрактора) и другие. Автором составлена программа для ЭВМ, позволяющая вычислять некоторые из этих параметров (свидетельство РОСПАТЕНТа №2009614409, зарегистрировано 20 августа 2009 г.). Одной из нерешенных в общем случае задач является вопрос о том, входит ли данное состояние в аттрактор.

В настоящем сообщении описываются состояния, входящие в аттрактор динамических систем для таких графов, как ориентации цепей и ориентации циклов. Соответствующие графы естественным образом кодируются двоичными векторами (см. [1, 2]).

Пусть B^n обозначает совокупность всех двоичных векторов размерности n. Блок — это подряд стоящие нули (0-блок) или единицы (1-блок) в количестве ≥ 2. Длина блока — число нулей (единиц), уменьшенное на 1. Обозначим через p_0^c, p_1^c суммы длин с учетом циклического сдвига рассматриваемых 0-блоков и 1-блоков соответственно.

Теорема 1. При любом $n \geq 2$ система двоичных векторов (B^n, δ), ассоциированная с ориентациями цепей длины n, имеет единственный бассейн и аттрактор, представляющий собой двухэлементный цикл, образуемый состояниями $(01)^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor}0$ и $(10)^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor}1$ при нечетном n и состояниями $(01)^{\frac{n}{2}}$ и $(10)^{\frac{n}{2}}$ при четном n.

Теорема 2. Аттракторы динамической системы двоичных векторов (B^n, θ), ассоциированной с ориентациями циклов длины n, образуются состояниями, для которых $p_0^c = 0$ или $p_1^c = 0$, причем если $p_0^c = 0$, то аттрактор представляет собой контур, в котором следующее состояние получается из предыдущего циклическом сдвигом влево на одну компоненту, а при $p_1^c = 0$ — вправо.

Литература

1. Власова А.В. Ветвления в конечной динамической системе (B^n, θ) // Научные исследования студентов Саратовского государственного университета: Материалы итог. студ. науч. конф. Саратов, 2008. С. 57–58.
2. Салий В.Н. Об одном классе конечных динамических систем // Вестник Томского гос. ун-та. Приложение. 2005. №14. С. 23–26.
3. Barbosa V.C. An atlas of edge-reversal dynamics. London: Chapman&Hall/CRC, 2001.