Секция «Вычислительная математика и кибернетика»

О сложности распознавания принадлежности функций 3-значной логики классам сохранения 3-местных предикатов

Чокаев Бекхан Вахаевич

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Факультет вычислительной математики и кибернетики, Москва, Россия

E-mail: g110@yandex.ru

Пусть $E_3 = \{0, 1, 2\}$. Отображение $R(x, y, z) : E_3^3 \to$\{истина, ложь\} называется 3-местным отношением (предикатом) на E_3. Определим $U(R)$ как класс всех функций $f(x_1, ..., x_n)$ от любого числа n переменных, отображающих E_3^n в E_3 и для любых наборов $\widetilde{\alpha} = (\alpha_1, ..., \alpha_n), \widetilde{\beta} = (\beta_1, ..., \beta_n), \widetilde{\gamma} = (\gamma_1, ..., \gamma_n)$ из E_3^n, удовлетворяющих импликации

$$R^n(\widetilde{\alpha}, \widetilde{\beta}, \widetilde{\gamma}) \Rightarrow R(f(\widetilde{\alpha}), f(\widetilde{\beta}), f(\widetilde{\gamma})),$$

где отношение R^n определяется формулой

$$R^n(\widetilde{\alpha}, \widetilde{\beta}, \widetilde{\gamma}) \Leftrightarrow \forall j R(\alpha_j, \beta_j, \gamma_j).$$

Рассмотрим следующую задачу. Пусть для заданной функции $f(x_1, ..., x_n)$, отображающей E_3^n в E_3, требуется выяснить, принадлежит ли f классу $U(R)$. Нас будет интересовать сложность алгоритмов для этой задачи для произвольного 3-местного предиката R. Будем считать, что функция задана вектором её значений при стандартном (лексикографическом) упорядочении наборов переменных, т.е. длина входа равна $N = 3^n$. В качестве алгоритмов будем рассматривать неветвящиеся битовые вычисления.

Естественный алгоритм для решения указанной задачи, опирающийся просто на определение класса $U(R)$, требует просмотра всех выборок по 3 из N наборов, т.е. имеет сложность по порядку не менее N^3. Различные варианты метода полилинейных форм ([1]) позволяют существенно понизить эту оценку.

Теорема. Для любого 3-местного предиката на E_3 существует алгоритм, который для любой функции $f(x_1, ..., x_n)$ определяет принадлежит ли f классу $U(R)$ с числом битовых операций

$$L_b \leq O(N^{\log_3 6} \log^2 N).$$

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект 09–01–00701.

Литература

1. Алексеев В.Б. Логические полукольца и их использование для построения быстрых алгоритмов//Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1, Матем. Мех. 1997, 1. С. 22-29.