

СЕКЦИЯ «МАТЕМАТИКА и МЕХАНИКА»

ПОДСЕКЦИЯ «МЕХАНИКА»

Исследование напряженно-деформированного состояния при контакте пневматической шины с поверхностью земли

Гарифуллина Гульназ Ильдаровна

студентка

Казанский государственный университет им. В. И. Ульянова-Ленина, Казань, Россия

E-mail: ggi86@yandex.ru

При изучении поведения пневматической шины возникает контактная задача механики твердого деформируемого тела. В нашем случае рассматривается взаимодействие оболочки (тонкостенных элементов) с упругими или жесткими телами.

В данной работе рассматривается упругий контакт (без учёта трения) тороидальной оболочки с плоской поверхностью, аналогичный контакту пневматической шины с поверхностью земли.

В связи с тем, что оболочки, являющиеся элементами инженерных конструкций, могут находиться в условиях динамического нагружения, решаем динамическую контактную задачу.

Пневматическая шина, представляющаяся оболочкой, подвергается сжатию (рис.1).

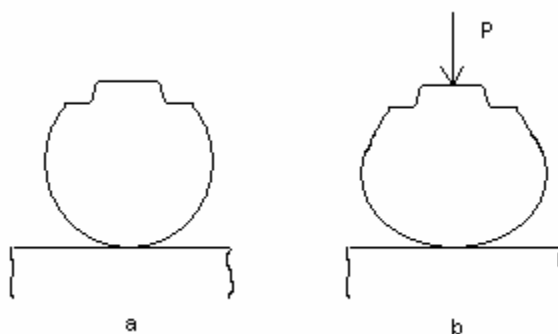


Рис.1 Контакт пневматической шины с поверхностью земли: а - ненагруженная шина, б - нагруженная шина.

Внутренняя поверхность тороида скреплена с жестким ободом колеса, наружная - с твердым протектором, подкрепленным брекером.

Находятся напряжения и конечные деформации при контакте тороида с плоской поверхностью. Вычисления проводятся в программе ANSYS 5.7.

При сжатии жесткий протектор и форма поперечного сечения пневматической шины дают контактный след, имеющий примерно прямоугольную форму с шириной, равной ширине протектора, и слегка закругленными краями.

Задача имеет практическое значение и актуальна с точки зрения теории расчета конструкций.

Разработка математической модели управления двухподвижным механизмом

Зеленский Александр Александрович

Аспирант

*Южно – Российский государственный университет экономики и сервиса, г. Шахты,
Россия*

E-mail: zelena@mail.ru

Традиционные решения кинематических схем технологического оборудования предполагают задание пространственных параметров и параметров движения в декартовой системе координат. Это приводит к необходимости применения устройств для преобразования вращательного движения в поступательное при практической реализации механизма. В работе приведены результаты исследования кинематической схемы устройства основанного на предельно рациональной механике исключая данное преобразование.

Кинематическая схема предлагаемого технического решения содержит круглый стол радиуса r , вращающийся относительно вертикальной оси, и инструментальную штангу, вращающуюся вокруг параллельной оси на расстоянии p и расположенной выше стола на расстоянии Z .

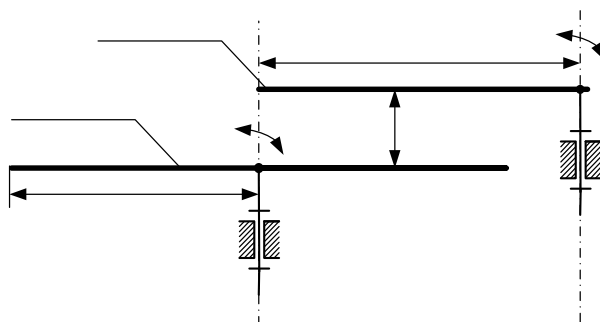


Рисунок 1 – Кинематическая схема устройства (вид сбоку)

Выбранная кинематическая схема не позволяет использовать традиционные методы интерполяции полилинии, применяемые в технике. Известные методы интерполяции (линейная, круговая, сплайн и т.д.) разработаны для декартовой системы координат и не дают возможности решить интерполяционную задачу для двухподвижного механизма. Для данного механизма разработана математическая модель интерполятора прямой линии произвольно расположенной на поверхности рабочего стола. Получены основные математические соотношения для формирования управляющих воздействий по координатам с целью получения постоянной линейной контурной скорости интерполируемого отрезка прямой, независимо от его расположения в рабочей зоне стола. Правомерность математической модели интерполятора и устройства формирования постоянства модуля вектора линейной контурной скорости доказана путем моделирования в среде Matlab. Практическая значимость работы показана путем отработки произвольного рисунка сложной формы состоящего из отрезков прямых. Полученные результаты позволяют сформулировать техническое задание на разработку опытного образца устройства выполненного по кинематической схеме двухподвижного механизма. Практическое применение предлагаемое устройство может найти при бесконтактной обработке (лазер, плазма, гидроабразивной резка) плоских материалов.

Влияние параметров стационарного внутреннего потока на собственные частоты колебаний многослойных труб из армированных пластик

Коротков Алексей Васильевич

Аспирант

Марийский государственный технический университет, г. Йошкар-Ола, Россия

E-mail: kv-mail@rambler.ru

В производстве труб и трубопроводов широкое распространение получили полимерные композиты, которые представляют полимерную матрицу, армированную высокопрочными и высокомодульными органическими волокнами, волокнами стекла, бора и углерода (органопластик, стеклопластик, боропластик, углепластик). Стенки таких труб имеют слоистую и волокнистую структуру. В отличие от традиционных материалов (прежде всего металлов) трубы из армированных пластиков более податливы (деформативны), обладают широким спектром физико-механических свойств, для них характерна ярко выраженная анизотропия. Эти особенности материала обуславливают ряд характерных особенностей поведения конструкций при взаимодействии с внутренним потоком.

Прямая труба рассматривается как круговая цилиндрическая оболочка, изготовленная перекрёстной спиральной намоткой двух симметричных систем параллельных волокон (нитей или ленты). Волокна составляют с образующей оболочки углы $\pm\varphi$. Для описания упругих и инерционных свойств оболочки применяется структурный подход, согласно которому динамические свойства стенки определяются свойствами материала отдельных слоёв и структурными параметрами пакета. Материал каждого слоя рассматривается в виде однородной и ортотропной среды с линейно-упругими свойствами.

Для исследования спектра низших собственных форм и частот колебаний используются метод конечных элементов (МКЭ) и программа ANSYS. Применяются изопараметрические конечные элементы SHELL93 и регулярная прямоугольная сетка 9x20. Результаты расчётов сопоставлены с данными ряда известных решений и экспериментов. Показано, что при уменьшении размеров сетки имеет место сходимости расчёта МКЭ к эксперименту. Результаты расчетов в целом хорошо согласуются с данными известных решений и экспериментов.

Представлены зависимости собственных частот от углов армирования, длины трубы и граничных условий на контуре. Расчет МКЭ показал, что в случае перекрестно армированных композитов увеличение угла армирования φ в диапазоне от $\pm 30^\circ$ до $\pm 75^\circ$ сопровождается увеличением собственных частот колебаний.

На основании полубезмоментной теории многослойных цилиндрических оболочек и уравнений Лагранжа второго рода получена аналитическая зависимость собственных частот колебаний стенки оболочки от параметров внутреннего потока. Поток считается стационарным. Выполнена оценка точности решения. Показано, что результаты аналитического решения согласуются с данными расчетов МКЭ.

С учётом структуры пакета слоёв и параметров армирования исследуется влияние давления и скорости внутреннего потока на собственные частоты колебаний стенки. Установлено, что с увеличением внутреннего давления и скорости потока собственные частоты оболочки увеличиваются. При этом, чем сильнее действие потока, тем слабее влияние параметров армирования на собственные частоты колебаний.

Для труб из армированных пластиков зависимость собственных частот колебаний от параметров внутреннего потока выражена более сильно, чем для металлических труб.

Так, если для трубы из органопластика с углом $\pm\varphi=60^\circ$ при увеличении внутреннего давления от 0 до 1 МПа низшая собственная частота увеличивается в 4,9 раза, то для трубы-аналога из стали только в 2,3 раза.

Использование решений Заславского-Гриба для изучения трансзвуковых и квазитрансзвуковых течений

Кузнецова Оксана Сергеевна

Аспирантка

Саратовского государственного университета им. Н.Г. Чернышевского, Саратов, Россия

E-mail: jane-83@yandex.ru

Многие особенности трансзвуковых течений могут быть изучены и описаны с помощью системы частных решений Заславского-Гриба нелинейных уравнений аэродинамики, что было показано в работах таких авторов, как С.А. Христианович, А.А. Гриб, Б.И. Заславский. Рассматриваемый класс инвариантных решений описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений девятого порядка. Наряду с использованием этих решений в классической трансзвуковой теории, возможно их изучение и применение в теории квазитрансзвуковых течений. Например, в теории коротких волн, где изучаются проблемы взаимодействия относительно слабых ударных волн в нестационарной двумерной газодинамике. Система уравнений коротких волн представляет собой нелинейную систему уравнений смешанного типа, которая не может быть преобразована к системе линейных уравнений, что усложняет математическую постановку задач коротких волн и приводит к необходимости построения точных частных решений для каждого класса физических задач. Применение классов решений Заславского-Гриба возможно и в теории, описывающей трансзвуковые конические течения, например, обтекание острой дозвуковой кромки треугольного крыла при ненулевом угле атаки.

Целью работы является изучение приведенных выше вопросов и выделение в данном классе Заславского-Гриба известных автомодельных решений (таких как сопловое, обтекание тела звуковой скоростью на бесконечности (Франкль), течение Гельмгольца и др.); построение соответствующих обобщенных автомодельных решений; изучение вопроса применения результатов в квазитрансзвуковых задачах.

Одним из важных для приложений является решение, описывающее обтекание конечного тела звуковым (а также слабо-сверхзвуковым) на бесконечности потоком идеального газа. Оно представляет собой сумму двух автомодельных годографических решений: соплового с $n=2$ и решения Франкля с $n=4/5$. Доказана теорема о том, что это решение входит в класс Заславского-Гриба. При этом в плоском симметричном случае возможно обобщение до решения с четырьмя произвольными константами тогда как в первоначальной форме решений имеется только две.

Обсуждается вопрос о построении хвостового скачка при обтекании профиля Гудерлея на основе этого обобщения.

Использование неавтомодельных решений трансзвуковой системы потребовало развития годографического варианта метода возмущений, который по сравнению с классическим методом Коула-Кука обладает рядом преимуществ.

О толковании групповых свойств уравнений механики деформируемого твердого тела

Ли Хоуго, Кэфу Хуан

Пекинский университет, Пекин, КНР

Аспирант

aodingfulie@gmail.com

Введение

Многие математические проблемы в естественных науках. Как образовать научные проблемы в математическом термине? Как решить научные таким образом образованные проблемы? Особенно, как толковать найденные решения в научном термине? (см. Рис.1). Прикладные математики более и только давали решения некоторых задач, но постоянно «забывали» давать толкование решений. В работе мы уделили особое внимание толкованию решений уравнений механики твердого деформируемого тела.

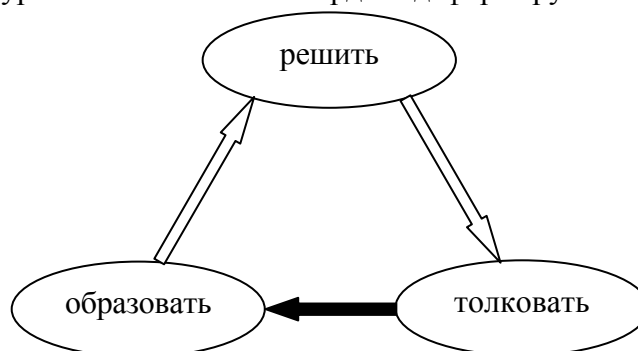


Рис.1.

Сегодня групповой анализ дифференциальных уравнений является наиболее мощным и универсальным методом отыскания широких классов точных решений дифференциальных уравнений произвольного вида. Особенно эффективны его приложения в механике, поскольку математические модели в этой науке по своему построению инвариантны относительно некоторой группы симметрии.

Применение теории групп для анализа дифференциальных уравнений было открыто норвежским математиком Софусом Ли. Ему удалось показать, что большинство методов, используемых при решении дифференциальных уравнений, могут быть получены с помощью теории групп. Академик РАН Лев Васильевич Овсянников—один из основателей теории групп для анализа дифференциальных уравнений. Благодаря исследованиям Л.В.Овсянникова групповой анализ уравнений стал самостоятельным разделом теории уравнений.

В частности эта теория бурно развивается применительно к уравнениям механики. Л.В. Овсянников ставил задачу исследования групповых свойств уравнений Навье-Стокса и Эйлера в конце 50-х годов XX века. Он показал разнообразные и плодотворные применения группового анализа в механике жидкости и газа. Б.Д.Аннин, В.О.Бытёв, С.И.Сенашов исследовали методами Ли—Овсянникова групповые свойства и построили точные решения уравнений теории упругости и пластичности в 80-х годах прошлого столетия. В начале 90-х годов XX века Л.Овсянников выдвинул концепцию научно-исследовательской программы ПОДМОДЕЛИ, суть которой состоит в максимально полном использовании свойств симметрии, заложенных в математической модели.

Методы

Мы используем основной метод классического группового анализа и дискретно-группового анализа (взаимно дополняющие друг друга), и пытаемся расширить область применимости этого подхода. После получения группового свойства уравнений механики твердого деформируемого тела, мы можем исследовать другие важные для нас характеры твердого деформируемого тела, например, устойчивость, усталость, повреждение,

разрывание и т.д, то есть толкования групповых свойств уравнений механики твердого деформируемого тела.

Однако систематическое изучение точных решений уравнений механики твердого деформируемого тела, которые могут быть получены на основе методов группового анализа, зачастую сталкивается с трудностями, связанными с бесконечностью допускаемой группы преобразований. Мы стремимся к открытию метода изучения инвариантно-групповых решений системы уравнений, допускающего бесконечномерную группу преобразований.

Компьютерная алгебра является областью информатики, направленной на автоматизацию процесса решения математических задач путем преобразования математических выражений. В виде компьютерной программы реализуется алгоритм, чтобы получить решение задачи на уровне формулы уравнений механики твердого деформируемого тела. Этап программирования идет вслед за математической работой.

Результаты

Через дальнейшее исследование группового свойства дифференциальных уравнений механики твердого деформируемого тела, в результате мы хотим получить следующие некоторые выводы или толкования:

(а) Получить новые точные решения некоторых нелинейных дифференциальных уравнений механики твердого деформируемого тела, имеющие физическое значение для понимания бифуркации, катастрофы и пограничного слоя;

(б) Применить тот же метод для изучения нелинейных уравнений в механике композитов с учетом взаимодействия с электромагнитным полем и тепловым потоком;

(в) Получить теоретические или эмпирические принципы разрывания, неустойчивости, повреждения твердого деформируемого тела;

(г) Строится алгоритм компьютерной алгебры. Если в итоге получается что-то стоящее, то этому результату часто находится применение в разнообразных научных и технических исследованиях.

Тестирование качества управления спуском космического аппарата

Лобашов Евгений Сергеевич

аспирант

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: ekaekaeka@mail.ru

В работе разрабатывается математическое обеспечение интеллектуального тренажера по тестированию управляемого спуска космического аппарата типа «Союз-ТМА». Тренажер по управлению спуском корабля "Союз-ТМА" базируется на центрифуге с управляемым кордановым подвесом. Тренажер позволяет воспроизвести перегрузки и угловые ускорения реального полета в земных условиях.

Система управления тренажером состоит из трех уровней.

Блок имитационный динамический стенд (ИДС) является первым (нижним) уровнем управления. Он предназначен для стабилизации или отслеживания имитирующих движений приводов консоли и кордановых колец центрифуги, которые формируются на втором уровне управления алгоритмами динамической имитации. Нижний уровень управления разработан изготовителем центрифуги и в работе не рассматривается.

Второй уровень управления включает в себя блок динамический объект, который представляет собой компьютерную модель КЛА "Союз-ТМА", блок алгоритмов динамической имитации перегрузки, который по выходным данным с компьютерной модели КЛА обеспечивает расчет управляющих программных сигналов на следящие приводы консоли и кордановых колец центрифуги.

Таким образом, космонавт, находясь на имитационном динамическом стенде (центрифуге) в условиях, приближенных к условиям реального полета, управляет летательным аппаратом. Результат этого управления регистрируется и подается в ЦВМ, где реализована математическая модель движения управляемого объекта. В результате интегрирования уравнений движения объекта образуется информация о внешних возмущающих силах действующих на вестибуло-глазодвигательный аппарат (ВГА) космонавта.

На основании этой информации о возмущающих силах алгоритм динамической имитации строит имитирующее движение консоли и колец карданового подвеса центрифуги и вырабатывает необходимые управляющие сигналы для исполнительных механизмов центрифуги.

Третий уровень управления представляет собой тестирующую систему, задачей которой является создание внешней (начальные и постоянно действующие возмущения) среды, в которой функционирует компьютерная модель динамического объекта. Третий уровень позволяет по результатам тренировок получить оценку деятельности космонавта - оператора. Тестирование проводится в рамках методики максиминного тестирования точности стабилизации управляемых систем. Методика тестирования включает 3 этапа.

На первом этапе определяются оптимальные стратегии контрстратегия поведения внешних возмущений с помощью компьютерного решения максиминной задачи

Полученная оценка является не улучшаемой оценкой снизу качества стабилизации программных траекторий.

На втором этапе реализуется тестирование в рамках динамической имитации, когда на выходные действия тестируемого алгоритма стабилизации имитаторы среды используют контрстратегию, найденную на первом этапе.

На третьем этапе результат тестирования сравнивается с нижней оценкой, полученный результат тестирования является оценкой качества стабилизации.

В работе предложены алгоритмы, составляющие третий уровень управления тренажером.

Метод предсказания развития шероховатости свободной поверхности при больших вязкопластических деформациях

Лямина Елена Алексеевна

*научный сотрудник, доцент, кандидат физико-математических наук
Институт проблем механики Российской академии наук, Москва, Россия*

E-mail: lyamina@inbox.ru

Качество свободной поверхности в процессах обработки металлов давлением существенно зависит от величины параметров шероховатости. В частности, при получении миниатюрных изделий шероховатость поверхности может рассматриваться как изменение геометрии изделия, которое может оказывать влияние на его деформацию во всем объеме и приводить к таким явлениям, как локализация деформации и разрушение изделия.

Рассматривается плоская деформация изотропного жестко-вязкопластического материала, подчиняющегося условию текучести Мизеса и ассоциированному закону пластического течения. Предполагается, что имеет место степенная зависимость предела пластичности при одноосном растяжении от эквивалентной скорости деформации. В объеме пластически деформируемого материала решается краевая задача, полагая, что свободная поверхность абсолютно гладкая (параметры шероховатости поверхности равны нулю). Это решение строится в некоторой глобальной системе координат. В окрестности произвольной точки свободной поверхности деформируемого объема вводится представительный элемент в форме прямоугольника, стороны которого параллельны и перпендикулярны касательной к свободной поверхности в выбранной точке. Для анализа

процесса деформирования зерен внутри представительного элемента вводится локальная декартова система координат с осями, параллельными сторонам представительного элемента. Напряженно-деформированное состояние в представительном элементе, определяемое из решения краевой задачи теории вязкопластичности, считается однородным. Таким образом, оси локальной системы координат совпадают с направлениями главных напряжений и главных скоростей деформации. Неоднородность напряженно-деформированного состояния возникает только после разбиения представительного элемента на более мелкие элементы, моделирующие зерна материала, и последующего решения краевой задачи для неоднородного материала в представительном элементе численным методом (методом конечного элемента).

Метод применяется для модельной задачи, в которой решение краевой задачи вязкопластичности получается в аналитическом виде. Исследуется влияние параметров модели материала на развитие шероховатости свободной поверхности.

Моделирование в задачах напряженно-деформированного состояния анизотропных тел с дефектами

Николаев Андрей Анатольевич

Аспирант, ассистент

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана,

НУК Фундаментальные науки, г. Москва, Россия

E-mail: beloian@km.ru

Работа является частью разрабатываемого автором и коллективом кафедры нового подхода диагностики состояния элементов конструкций из композиционных материалов. Данный подход является основой для создания не существующих на сегодняшний день автоматизированных технологий диагностики и прогнозирования остаточного ресурса неметаллических конструкций на дополнительные длительные сроки [1]. Разрабатываемые автоматизированные технологии включают в себя создание методов распознавания дефектов материалов и конструкций [2], установления взаимосвязи между дефектами и ресурсом изделий, комплексной оценки дефектности, повреждаемости и безопасности эксплуатации конструкций.

Для решения проблемы установления взаимосвязи между дефектами и ресурсом контролируемых изделий рассмотрена задача трехмерного напряженного состояния.

Проведен анализ типовых дефектов. Построены классы и подклассы трехмерных дефектов, имеющих форму: параллелепipedального, эллипсоидального, эллипсного, цилиндрического и клиновидного дефектов. Данные классы удобно описывают реальные распознанные дефекты, что позволяет строить трехмерные геометрические модели (ГМ) анизотропных тел с дефектами. Задача трехмерного напряженного состояния решена методом конечных элементов. На языке C++ разработан программный модуль, реализующий задачу трехмерного напряженного состояния. Для получения трехмерной сетки конечных элементов разработан программный модуль (ПМ) на основе генератора сеток TetGen, позволяющий более рационально задавать сгущение сетки. Также разработан ПМ, позволяющий создавать трехмерные ГМ (например, параллелепiped, цилиндр) с рассматриваемыми дефектами. Разработанный программный комплекс позволил за небольшое время провести тестирование и моделирование задач трехмерного напряженного состояния 10 ГМ с различными дефектами, сравнить полученные решения с имеющимися аналитическими решениями. По сравнению с существующими пакетами расчетов (например, Ansys), не ориентированными на прямую на расчеты с дефектами, разработанный программный комплекс является удобным инструментом для решения задач трехмерного напряженного состояния анизотропных тел с дефектами. Полученные численные решения задач трехмерного напряженного состояния позволяют произвести

вычисление интенсивности напряжений и прогнозирование остаточного ресурса объекта исследования.

Определение упругих эффективных характеристик композиционного материала средствами ANSYS

Нусратуллин Эдуард Марсович

аспирант

Уфимский государственный авиационный технический университет, Уфа, Россия

E-mail: nusratullinem@rambler.ru

Для расчета конструкции из композиционного материала (КМ) необходимо знать эффективные упругие характеристики КМ, такие как модуль упругости, коэффициент Пуассона, которые зависят от структуры композита и свойств его компонентов. В данной работе предлагается метод расчета упругих характеристик на основе пакета ANSYS. Данный программный комплекс позволяет решать краевые задачи практически во всех инженерных приложениях, таких как механика деформированного твердого тела, гидродинамики и т.п. Математической основой, на которой построен вычислительный аппарат этого программного продукта, является метод конечных элементов. Сущность метода конечных элементов состоит в аппроксимации исследуемого тела некоторой моделью, которая представляет собой совокупность элементов с конечным числом степеней свободы. Эти элементы взаимосвязаны только в узловых точках, куда прикладываются фиктивные силы, эквивалентные поверхностным напряжениям, распределенным по границам элементов. Параметры приведенной идеализированной системы определяются исходя из соответствующих вариационных решений.

Для определения упругих характеристик КМ была рассмотрена контактная задача в пакете ANSYS. Для построения модели был выделен объемный элемент в виде куба. Для модели был определен материал, состоящий из магниевой матрицы и армированный борным волокном. Были заданы модули упругости и коэффициенты Пуассона магния и борного волокна. Данный объемный элемент средствами ANSYS был разбит на объемные конечные элементы, в виде четырехгранника с десятью узлами, расположенными на углах и серединах сторон. Данный тип элементов позволяет использовать нелинейные виды материалов. Для моделирования контакта между магниевой матрицей и борным волокном были выбраны контактные элементы “поверхность - поверхность” TARGE 170 и CONTA 174. Последовательно на гранях элемента задавались перемещения и фиксировались, возникающие при этом напряжения на гранях. Для определения напряжений на гранях выбирались узлы, принадлежащие нужной грани.

После определения напряжений использовался обобщенный закон Гука. Была составлена система, содержащая 9 неизвестных $(E_x, E_y, E_z, \nu_{xy}, \nu_{yx}, \nu_{xz}, \nu_{zx}, \nu_{yz}, \nu_{zy})$ и 9 уравнений. Данная система была однозначно решена с помощью математического пакета Maple.

Метод расчёта нестационарных вязкопластических течений в трубах и каналах

Окулова Надежда Николаевна

ассистент

Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия

E-mail: nokulova@gmail.com

В работе [1] автором предложен метод расчёта нестационарных вязкопластических течений между двумя параллельными пластинами. На данный момент метод обобщён, в частности, на случай течения среды в трубах круглого сечения и кольцевых областях.

Физические свойства среды описываются определяющими соотношениями линейной вязкопластичности (материал Бингама). В рамках данной модели течение материала происходит только в областях, где максимальное касательное напряжение превышает предел текучести. Границы областей течения подлежат определению наряду с распределением напряжений, скоростей и других характеристик течения.

Задачи нестационарных течений вязкопластического материала сводится к задачам параболического типа по форме напоминающим задачи типа Стефана для уравнения теплопроводности, но с иными краевыми условиями. Имеется небольшое количество точных автомодельных решений [2, 3], приближённые методы базируются в основном на теории погранслоя [2, 4].

Суть предлагаемого численного метода заключается в том, что разностная схема служит для определения не только узловых значений искомой функции (напряжения), но и для определения параметров сетки (временных и пространственных шагов). Сетка строится существенно неравномерная.

С целью апробации предлагаемым методом были решены две задачи, имеющие автомодельное аналитическое решение: задача о течении между двумя неподвижными пластинами [3] и задача о продольном течении в круглой движущейся цилиндрической трубе [2]. В обеих задачах толщина области, где материал находится в недеформированном состоянии (жёсткой зоны), нарастает пропорционально времени в степени $\frac{1}{2}$. Анализ численного решения показал, что расчётная зависимость толщины жёсткой зоны от времени с высокой степенью точности совпадает с теоретической. Также хорошо совпадают теоретическое и расчётное поля скоростей и напряжений и другие характеристики течения.

Хорошее совпадение результатов расчётов тестовых примеров с известными аналитическими решениями является основанием для использования метода в тех случаях, когда аналитическое решение неизвестно или принципиально не может быть получено.

Взаимодействие холодного нейтрального газа с горячей плазмой с учетом эффекта перезарядки

Прворникова Елена Александровна

студентка

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: provea@mail.ru

Многочисленные наблюдения астрономов показали, что межзвездная среда не является однородной. Было обнаружено, что в ней имеются сравнительно плотные и холодные мало ионизованные области, так называемые межзвездные облака с температурой $T \approx 80\text{K}$ и плотностью $n \approx 40 \text{ см}^{-3}$, окруженные горячей разреженной сильно ионизованной

средой ($T \approx 8000 \text{ K}$, $n \approx 0.3 \text{ см}^{-3}$). Две фазы находятся в равновесии давлений. В работе рассматривается вопрос о структуре и динамике границы двух фаз с учетом процесса перезарядки нейтральных атомов на ионах.

Рассматриваемая задача также находит свое применение при исследовании вопроса о структуре границы локального межзвездного облака (Local Interstellar Cloud) и Локального межзвездного пузыря (Local Bubble). В настоящее время известно, что ЛМО является частично-ионизованным облаком с характерным размером порядка нескольких парсек $R \sim 2 \text{ пк}$. Локальное межзвездное облако принадлежит небольшой группе облаков, имеющих температуру $5 \cdot 10^3 \text{ K}$ и концентрацию частиц в них порядка 0.1 см^{-3} . Вся эта группа облаков находится внутри горячего Локального пузыря — области межзвездного пространства (характерный размер порядка 100 пк), заполненной ионизованной плазмой (температура 10^6 K , концентрация частиц около 0.005 см^{-3}).

В работе численно решается одномерная нестационарная задача о взаимодействии двух сред: холодного нейтрального газа с горячей ионизованной плазмой. Холодный газ состоит из атомов водорода. Горячая плазма является квазинейтральной ($n_e = n_p$) водородной плазмой, состоящей из протонов и электронов. Задача решается в двуконтинуальном приближении. В этом

приближении в каждой точке пространства находится две среды. Считается, что среды взаимодействуют друг с другом посредством перезарядки. Процессами упругих столкновений пренебрегается в силу того, что в рассматриваемом диапазоне энергий сечение упругих столкновений мало по сравнению с эффективным сечением перезарядки.

При численном решении гидродинамических уравнений используется метод Годунова. В процессе численного счета выделяются поверхности разрыва сначала в нейтральной, затем в заряженной компонентах, приводится сравнение полученных результатов.

Метод ускоренной сходимости в задаче о продольных колебаниях упругих стержней переменного сечения (концентраторов)

Промыслова Анна Сергеевна

Аспирантка

МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: ruanya@yandex.ru

Многие проблемы механики, теории колебаний и устойчивости, математической и теоритической физики, теории упругости, механики композитов приводят к краевым задачам для определения собственных частот и форм колебаний [1 - 3].

Для получения больших амплитуд смещения и деформации в твердых телах широко используются резонансные стержни переменного сечения - концентраторы. Процессы, происходящие в концентраторах напряжений и скоростей, могут моделироваться задачами о продольных колебаниях упругих стержней с переменным поперечным сечением [1]. Рассматривается упругий стержень единичной длины конического, экспоненциального и катеноидального типов (в безразмерный базис входят модуль упругости, плотность стержня и его длина). Уравнение для смещений можно представить в виде задачи Штурма-Лиувилля с граничными условиями первого или второго рода. Получены аналитические выражения коэффициентов усиления концентраторов для граничных условий первого и второго рода.

В результате аналитических исследований можно сделать вывод, что наибольшим усиливающим действием из рассмотренных концентраторов для условий второго рода обладает катеноидальный концентратор, а наименьшим конический, а для условий первого рода кривые во всех случаях совпадают с кривой для экспоненциального рупора, когда на границе заданы напряжения. При небольших значениях отношения широкого и узкого концов все типы концентраторов дают приближенно одинаковый результат.

С помощью метода ускоренной сходимости [4 - 5] численно рассмотрены различные профили проведено сравнение коэффициентов усиления в зависимости от типа граничных условий и от номера собственного числа. Замечено, что с увеличением номера собственного числа кривые коэффициента усиления как для первого, так и для второго рода стремятся к некоторым предельным кривым.

Методика анализа и обеспечения времени до усталостного разрушения элементов конструкций бортовой РЭА при вибрационных воздействиях

Рощин Константин Владимирович

аспирант

Кубанский государственный технологический университет, Краснодар, Россия

E-mail: kostik777@mail.ru

В процессе проектирования блоков кассетного типа (БКТ) и блоков этажерочного типа (БЭТ) бортовой радиоэлектронной аппаратуры (РЭА) решается задача выполнения требований по виброускорениям радиоэлементов (РЭ) и по времени до усталостного разрушения выводов РЭ. При этом вначале проводится расчет конструкции с использованием разработанных автором моделей, а затем на основе анализа соответствующих функций параметрической чувствительности (ФПЧ) вносятся изменения в конструкцию с целью улучшения ее механических характеристик. Конструкции БКТ и БЭТ в соответствии с разработанным в диссертации методом оценки времени до усталостного разрушения выводов РЭ при вибрационных воздействиях разбиваются на конструктивные уровни разукрупнения. На каждом уровне иерархии проводится анализ механических характеристик и, в случае необходимости, корректировка очередного варианта конструкции. Для придания этому процессу законченного типового характера разработана методика анализа и обеспечения длительной работоспособности РЭ в составе БКТ и БЭТ времени до усталостного разрушения пластинчатых и стержневых элементов конструкций БКТ и БЭТ при вибрационных воздействиях.

В докладе подробно рассмотрен алгоритм разработанной методики. В основу метода оценки времени до усталостного разрушения выводов РЭ положен иерархический подход. Конструкция блока подразделяется на конструктивные уровни разукрупнения. При этом для каждого уровня используются свои математические модели.

Математическая постановка задачи анализа и обеспечения длительной работоспособности РЭ в составе БКТ и БЭТ при вибрационных воздействиях разработана на основе представления блока РЭА как целостной механической системы, связывающей значения \bar{y} выходных характеристик механических процессов в блоке (виброускорения на РЭ a_{RE} и время до усталостного разрушения выводов РЭ t_p) с входным воздействием a в виде амплитуды виброускорения в диапазоне частот для гармонической вибрации и среднеквадратического ускорения в диапазоне частот для случайной вибрации, внешним воздействием \bar{T} в виде температуры участков печатных плат и вектором внутренних параметров \bar{q} , к которым относятся геометрические и физико-механические параметры материалов стенок корпуса БКТ (БЭТ), шпилек, печатных плат, РЭ. Математическая постановка задачи разделяется на две части:

1. Разработка моделей механических процессов в блоке, ЭК, ПУ и РЭ, позволяющих определить вектор выходных воздействий

$$\bar{y}(f) = \bar{W} \{a(f), q(\bar{T})\},$$

где \bar{W} – операторы моделей, связывающие между собой входные, выходные и внутренние параметры блока; f – независимый аргумент (частота).

2. Исследование полученных математических моделей с целью удовлетворения требуемым выходным характеристикам.

Движение равномерно нагретой аэрозольной частицы сферической формы в вязкой газообразной среде

Рязанов Константин Сергеевич

Аспирант

Белгородский государственный университет, Белгород, Россия

E-mail: rksb@rambler.ru

Одной из основных проблем физики аэродисперсных систем, активно разрабатываемой как в нашей стране, так и за рубежом, является проблема теоретического описания поведения взвешенных в газообразных средах частиц. Без знания закономерностей этого поведения невозможно математическое моделирование эволюции аэродисперсных систем и решение такого важного вопроса как целенаправленное воздействие на аэрозоли.

В приближении Стокса проведено теоретическое описание стационарного движения равномерно нагретой аэрозольной частицы сферической формы в вязкой газообразной среде. При рассмотрении движения предполагается, что средняя температура поверхности частицы может существенно отличаться от температуры окружающей ее среды. Под относительным перепадом температуры понимают отношение разности между температурой поверхности частицы T_s и температурой области вдали от нее T_∞ к последней, то есть величину $(T_s - T_\infty)/T_\infty$. Относительный перепад температуры считается малым при $(T_s - T_\infty)/T_\infty \ll 1$ и большим в противном случае.

В процессе решения газодинамических уравнений получено аналитическое выражение для силы сопротивления и скорости гравитационного падения равномерно нагретой твердой сферической частицы, с учетом зависимости коэффициентов вязкости и теплопроводности от температуры. Такая ситуация возникает, например, при описании движения частиц в разнотемпературных каналах, при анализе процессов переноса в зоне протекания химических реакций, при зондировании облаков и туманов лазерным излучением и т.д. В работе используется степенной вид их зависимости [1]

$$\mu_e = \mu_{e\infty} \left(\frac{T_e}{T_{e\infty}} \right)^\beta, \quad \lambda_e = \lambda_{e\infty} \left(\frac{T_e}{T_{e\infty}} \right)^\alpha, \quad 0 \leq \alpha, \beta \leq 1,$$

где $\mu_{e\infty} = \mu_e(T_{e\infty})$, $\lambda_{e\infty} = \lambda_e(T_{e\infty})$, μ_e и λ_e — коэффициенты динамической вязкости и теплопроводности газообразной среды соответственно, T_e — температура газа.

Как показали численные оценки, нагрев поверхности частицы существенно влияет на силу сопротивления и скорость ее гравитационного падения [2].

Усреднение решений системы уравнений Прандтля для жидкости в микронеоднородном магнитном поле

Спиридонов Сергей

студент

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: ss@mexmat.net

Система уравнений Прандтля является упрощением системы уравнений Навье-Стокса для вязкого движения жидкости в окрестности границы обтекаемого тела (пограничного слоя).

В работе рассматривается система уравнений Прандтля для плоскопараллельного стационарного движения жидкости в магнитном поле:

$$\begin{aligned} \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - u \frac{\partial u}{\partial x} - v \frac{\partial u}{\partial y} &= -d(x, y)(U(x) - u) - U \frac{dU}{dx}, \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

в области $D = \{0 < x < X, 0 < y < \infty\}$ с граничными условиями

$$u(0, y) = u_1(y), u(x, 0) = 0, v(x, 0) = v_0(x), u(x, y) \rightarrow U(x) \text{ при } y \rightarrow \infty, \quad (2)$$

Где $u(x, y)$, $v(x, y)$ – продольная и поперечная компоненты скорости потока, $d(x, y) = \frac{1}{\rho} \delta(x, y) B^2(x)$, δ – проводимость жидкости, B – ортогональная к обтекаемой поверхности компонента магнитной индукции, ρ – плотность среды. Функция $d(x, y)$ известна.

Рассматривается случай, когда функции $v_0(x)$ и $d(x, y)$ зависят от малого параметра $\varepsilon > 0$ и исследуется асимптотика при $\varepsilon \rightarrow 0$ решений семейства уравнений

$$\begin{aligned} \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - u \frac{\partial u}{\partial x} - v \frac{\partial u}{\partial y} &= -d^\varepsilon(x, y)(U(x) - u) - U \frac{dU}{dx}, \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

в области $D = \{0 < x < X, 0 < y < \infty\}$ с граничными условиями

$$u(0, y) = u_1(y), u(x, 0) = 0, v(x, 0) = v_0^\varepsilon(x), u(x, y) \rightarrow U(x) \text{ при } y \rightarrow \infty. \quad (4)$$

Найдены необходимые условия существования асимптотического решения системы. Имеет место утверждение.

Теорема. Пусть функции v_0^ε и d^ε сходятся слабо при $\varepsilon \rightarrow 0$ к v_0 и d соответственно, тогда решения u^ε и v^ε задачи (3), (4) сходятся к решению u и v задачи (1), (2) равномерно на любом ограниченном подмножестве D .

Развитие возмущений ускоренно движущегося газового слоя

Тагилова Рената Рифовна

аспирант

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия,

младший научный сотрудник

Институт космических исследований РАН, Москва, Россия

E-mail: tarenata@rambler.ru

Численно моделируется ускоренное движение поверхности тангенциального разрыва, разделяющей среды разной плотности. Исследуются различия между двумя типами двумерных неустановившихся течений, сопровождающихся ускорением более плотной среды. Рассматривается плоское движение совершенного газа. Предполагается, что среда сжимаемая и течение адиабатическое.

Первый тип движений возникает при ускорении тонкого слоя плотного газа под действием давления разреженного газа, отделенного от плотной среды тангенциальным разрывом [1-3]. Движение характеризуется постепенным возрастанием ускорения частиц плотного газа со временем. Изучается влияние плотности слоя и вида начальных возмущений его формы и движений на развитие неустойчивости

тангенциального разрыва. Второй тип движений отвечает взаимодействию идущей со стороны разреженного газа ударной волны со слабо искривленной поверхностью тангенциального разрыва. В этом случае ускорение поверхности раздела сред носит импульсный характер. Результаты расчетов сравниваются с экспериментальными данными, взятыми из опытов Е. Е. Мешкова [4].

Цель работы заключается в сопоставлении процессов развития возмущений тангенциального разрыва при различных режимах ускорения. Для первого типа движений показано образование «пальцевидных» структур, в которых накапливается около половины первоначальной массы плотного слоя. Это происходит, если плотность газа в слое более чем на порядок превышает плотность газа, под действием давления которого он ускоряется. Найдено, что при импульсном ускорении тангенциального разрыва кумуляция массы и рост возмущений выражены значительно слабее, чем в случае неустойчивого движения слоя.

Применительно к задачам истечения звездного ветра исследуется влияние процесса радиационного охлаждения газа плотной среды на движение и развитие неустойчивости тангенциального разрыва [5].

Построение основных соотношений одномерной микрополярной теории упругих стержней

Тимошенко Дмитрий Владимирович

Аспирант

Таганрогский государственный педагогический институт, физико-математический факультет, Таганрог, Россия

E-mail: avgor99@mail.ru

В настоящее время одним из направлений развития теории упругих стержней становится исследование биологических полимеров и, прежде всего, – описание равновесных пространственных конфигураций молекул ДНК. Однако, как показывают эксперименты, не всегда возможно точно установить пределы применимости классической теории стержней относительно данного класса объектов, поскольку биополимеры, строго говоря, не являются одномерными континуумами, удовлетворяющими гипотезам Кирхгофа, заложенным в основу классической теории. В большинстве случаев при анализе возможной конфигурации биополимеров необходимо учитывать вращательные взаимодействия составляющих их атомов и групп атомов, что в свою очередь требует получения уравнений, учитывающих внутримолекулярные взаимодействия. Эти обстоятельства служат побудительными мотивами к построению теории стержней на основе моментной теории упругости, учитывающей большие градиенты напряжений, возникающие при деформировании биополимеров.

В работе получены замыкающие соотношения для системы дифференциальных уравнений Кирхгофа. Указаны кинематические параметры, которые нужно привлечь, чтобы вместе с системой дифференциальных уравнений Кирхгофа получить замкнутую систему. Остальные геометрические величины найдены из определяющих их соотношений. Получены условия, которым должны удовлетворять коэффициенты в замыкающих соотношениях. Оценён вклад в эти соотношения, который приносят эффекты от учёта моментных напряжений. Для одномерной теории указано решение при наличии жесткостной симметрии. Полученные результаты проинтерпретированы в рамках механического подхода к определению конфигураций молекул ДНК.