Разработка метода выбора оптимальной финансовой операции на основе эффективного фронта

Джебраилов Максим Техранович
студент
Государственный университет управления, «Финансы и кредит», Москва, Россия
E-mail: maksim_df@mail.ru

В современных исследованиях финансовых операций наиболее актуальной является проблема выбора оптимального варианта их осуществления с позиций соотношения между доходностью и риском. В настоящее время методы решения данной проблемы базируются на таком субъективном факторе как склонность к риску, что не всегда даёт объективный результат. В связи с этим предлагается новый метод выбора оптимального варианта финансовых операций, базирующийся на объективных количественных характеристиках.

Как известно, множеству финансовых операций со средними доходами m_i соответствуют абсолютные величины их рисков (в дальнейшем обозначим — риски) в виде среднего квадратического отклонения дохода данной операции — σ_i. Графически такое множество финансовых операций с учётом рисков представлено на рис. 1.

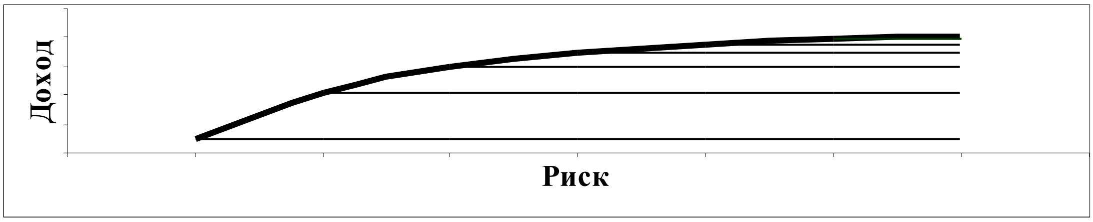

Рис. 1. Изменение дохода по финансовым операциям с учётом риска

Как видно рис. 1, экономический субъект всегда будет выбирать при заданном уровне дохода точку, лежащую как можно левее, так как при заданном уровне дохода минимизируется риск. Поэтому предпочтение инвестора всегда будет к тем финансовым операциям, линия дохода по которым будет лежать на выделенной (жирной) кривой (см. рис. 1), называемой эффективным фронтом. Но теперь перед нами встает следующий вопрос: как на эффективном фронте выбрать оптимальную точку?

Для нахождения оптимальной точки (финансовой операции) на эффективном фронте иногда применяют подходящую взвешивающую формулу, которая для операции А с характеристиками $(m[A];\sigma[A])$ даёт одно число, а для операции В даёт другое число, затем из данных чисел выбирается максимальное и лучшей признаётся соответствующая операция. Например, пусть взвешивающая формула есть $f(A) = 2m[A] - \sigma[A]$. Эта формула означает, что лицо, принимающее решение, (ЛПР) согласно на увеличение риска операции на 2 единицы, если доход операции увеличивается при этом не менее чем на 1 единицу. Разумеется, такая формула может передать отношение ЛПР к доходу и риску лишь приблизительно. Недостатком данного подхода является то, что он опирается на склонность к риску, которая может быть у некоторых ЛПР сильно завышенной и очевидно неразумной, и в данном случае этот метод даст слишком рисковый уровень дохода по операции.

Не отрицая данный подход, нами предлагается, более точный и эффективный способ решения данной проблемы. Так в экономике функционирует огромное количество различных субъектов с разным уровнем дохода, рисков и т.д. (корпорации, фирмы, физические лица). Несомненно, что их риски σ_i и σ_j очень сильно отличаются также, как и отличаются и их доходы m_i и m_j. Но как же определить кто из них больше рискует? Ответ на данный вопрос дает коэффициент $z_i = \frac{\sigma_i}{m_i}$, который показывает какую долю занимает риск в среднем доходе данной операции. Очевидно, что чем выше данный показатель, тем рискованнее операция и тем выше степень её неопределённости. С нашей точки зрения, ЛПР стремится к большей степени определённости результатов своей деятельности. Таким образом, видно, что данный коэффициент, с одной стороны, показывает степень определенности данной операции, а с другой — отражает долю потерь в среднем ожидаемом доходе при реализации рискового события. Если, при наступлении рискового события, потери будут составлять большую величину от дохода, то это приведёт к кризисному состоянию ЛПР. Поэтому и с одной, и с другой стороны ЛПР должно выбирать операцию, в которой z_i является минимальной величиной из всех возможных. Безусловно, в данной ситуации может оказаться так, что при $z_l = \min_i \{z_i\}$ уровень дохода по данной операции z_l будет слишком низким. В этом случае ЛПР должно субъективно определить тот минимальный уровень дохода, который оно хочет получать, — z_k и z_i определять по формуле $z_i = \frac{\sigma_i}{m_i}$, где все $m_i \geq m_k$, и затем из этих z_i выбрать минимальный и, следовательно, соответствующую финансовую операцию, которая и будет лучшей на эффективном фронте при заданном ограничении на минимальный доход.

Эффективный фронт является функцией, которую можно задать как $m = f(\sigma)$. График этой функции представлен на рис. 1 в виде жирной линии. В трёхмерном пространстве (оси m, σ и z) кривая z лежит над эффективным фронтом. Данную функцию и надо минимизировать. В финансовой математике доказано, что на эффективном фронте каждая из характеристик m и σ есть однозначная характеристика другой. Другими словами, если операция принадлежит эффективному фронту, то по одной её характеристике можно однозначно определить другую, т.е., как и было представлено выше: $m = f(\sigma)$. Так как $z = \frac{\sigma}{m}$ и $m = f(\sigma)$, то $z = \frac{\sigma}{m} = \frac{\sigma}{f(\sigma)} \to \min$. Следовательно, требуется минимизировать данную функцию z. В общем виде этого сделать невозможно, так как функция $f(\sigma)$ является возрастающей и при этом может быть как линейной, так и нелинейной (например логарифмической и т.п.). В каждом из этих случаев существует свой подход к решению. Минимизация данной функции достигается за счёт применения математических методов (теории дифференциального исчисления). Найдя минимальное значение z и соответственно σ_0 (при минимизации использовалась только последняя переменная), определим по σ_0 соответствующее значение m и получим, что данная точка (финансовая операция) является оптимальной на эффективном фронте.

Таким образом, разработанный нами метод является более объективным, чем метод со взвешивающей формулой, поскольку во втором случае ЛПР принимает решение на основе своих субъективных оценок. Предлагаемый же новый метод базируется на объективных количественных закономерностях, обеспечивающих минимизацию риска при любом минимально необходимом уровне дохода и повышение степени определенности финансовых операций.

Литература

1. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Математика для экономистов.– СПб.: Питер, 2005. – 464 с.
2. Малыхин В.И. Математика в экономике. – М.: ИНФРА–М, 2002. – 352 с.
3. Малыхин В.И. Финансовая математика. – М.: ЮНИТИ–ДАНА, 2003. – 237 с.
4. Шведов А.С. Теория эффективных портфелей ценных бумаг: Пособие для студентов, изучающих портфельную теорию и теорию финансовых деривативов. – М.: ГУ ВШЭ, 1999. – 144 с.