

Исследование условий возникновения низкочастотной модуляции биения огибающей

Гнюсов Константин Сергеевич¹

аспирант

Томский политехнический университет, физико-технический факультет, Томск, Россия

gks@phtd.tpu.edu.ru

Согласно результатам многочисленных исследований [1,2,3] при суммировании близких по частоте монохроматических сигналов возникают биения огибающей результирующих колебаний. Частота биения равна разности частот суммируемых сигналов. Однако проведенные на ЭВМ исследования показали, что данное утверждение выполняется только при соблюдении определенных условий. В остальных случаях наблюдается низкочастотная модуляция частоты биения огибающей, осуществляемая по гармоническому или случайному закону. Причем вид модуляции определяется соотношением частот суммируемых сигналов и их амплитуд.

Исследованию подвергался цифровой сигнал, полученный путем суммирования двух монохроматических синусоидальных составляющих: $A_1 |\sin(2\pi \lfloor f_1 \rfloor t)$ и $A_2 |\sin(2\pi \lfloor f_2 \rfloor t)$. Частота дискретизации составляла 100 кГц. Длина реализации составляла 200 периодов разностной частоты $(f_2 - f_1)$. Варьировались параметры A_2 и f_2 относительно фиксированных A_1 и f_1 ($A_1 = 1, f_1 = 264 \text{ КГц}$).

В исходном массиве суммарного сигнала находились максимальные значения его экстремумов (V_{\max}^0), среди которых выделялись максимальные значения огибающей суммарного сигнала (V_{\max}^1). По количеству экстремумов V_{\max}^0 , уложившихся во временной интервал между максимумами огибающей суммарного сигнала V_{\max}^1 определялось число высокочастотных колебаний несущей.

Исследования показали, что поведение процесса биения результирующих колебаний определяется не только отношением частот суммируемых сигналов, но и отношением их амплитуд. Поэтому изложение результатов исследований будем излагать, задаваясь фиксированным отношением амплитуд синусоидальных составляющих.

1. Случай $k = \frac{A_2}{A_1} = 1$.

Частота биений равна разности частот суммируемых колебаний если целочисленные коэффициенты пропорциональности n_2 и n_1 отношения, равного отношению частот f_2 и f_1 ($n = \frac{n_2}{n_1} = \frac{f_2}{f_1}$), отличаются друг от друга на единицу, т.е.

$n_2 - n_1 = 1$. В этом случае максимальные значения огибающей равны между собой, а число колебаний несущей в течение времени равного интервалу биения огибающей постоянно по величине и равно числителю данного отношения. Если разница между целочисленными коэффициентами пропорциональности отношения частот превышает единицу, то может наблюдаться либо одноуровневая, либо двухуровневая и даже трехуровневая амплитудно-частотная модуляция огибающей суммарного сигнала. На нижнем уровне происходит, как правило, амплитудно-частотная, либо только частотная модуляция биений. Это определяется соотношением целочисленных коэффициентов пропорциональности. На верхнем уровне происходит практически только частотная модуляция, так как регистрируемая амплитудная модуляция максимальных значений на этом уровне сравнима по величине с погрешностью, возникающей в результате дискретизации сигнала, и поэтому ею можно пренебречь.

При возникновении амплитудной и частотной модуляции максимальные значения и период колебания огибающей начинают изменяться по определенному

¹ Автор выражает признательность доценту, к.т.н. Савинову А.П. за помощь в подготовке тезисов.

закону во времени, определяемому отношением частот суммируемых колебаний. Период низкочастотной модуляции биений верхнего уровня равен совокупности модулированных по определенному закону периодов биений нижнего уровня. Число этих периодов равно разности коэффициентов пропорциональности. Период модуляции определяется соотношением:

$$T_{i\bar{a}} = \frac{n_2 - n_1}{f_2 - f_1}.$$

Чем больше целочисленная разница между коэффициентами или меньше разность суммируемых частот, тем больше период низкочастотной модуляции биения колебаний.

В отличие от рассмотренного выше варианта $n_2 - n_1 = 1$, если $n_2 - n_1 > 1$, то число колебаний высокочастотной несущей суммарного сигнала равно числителю отношения коэффициентов пропорциональности складываемых частот не за интервал времени равный интервалу биения огибающей, а за период низкочастотной модуляции биений верхнего уровня. Наблюдаемая закономерность сохранялась и для частот, значительно отличающихся друг от друга по величине, например, при $n = \frac{23}{3}$.

Чем больше будет увеличиваться разница между целочисленными коэффициентами пропорциональности отношения частот, тем больше будет увеличиваться период модуляции биений верхнего уровня, который заполнен непериодическими компонентами модуляций нижнего уровня. В результате этого вклад периодической составляющей в результирующий процесс колебания становится все более и более незначительным, и процесс становится случайным.

2. Случай $k = \frac{A_2}{A_1} < 1$.

Описанные выше закономерности для биений сигналов в основном сохраняются и в этом случае. Однако наблюдаются и отличия. Главное отличие заключается в следующем: число колебаний высокочастотной несущей суммарного сигнала за период низкочастотной модуляции биений верхнего уровня, равно не числителю, а знаменателю отношения коэффициентов пропорциональности суммируемых частот.

Процесс перехода от числителя к знаменателю определяется значениями не только отношения амплитуд, но и отношением частот суммируемых сигналов. Для отношений амплитуд сигналов находящихся в интервале значений $0,1 \mid 0,3$ характерно равенство числа колебаний несущей только знаменателю, а в интервале $0,9 \mid 1$ только числителю коэффициента пропорциональности во всем диапазоне рассматриваемых частот. В интервале амплитуд сигналов удовлетворяющих условию $0,3 < k < 0,9$ наблюдается переходная зона, в которой перескок значений числа колебаний несущей от знаменателя к числителю происходит при определенном отношении частот.

Чем меньше отношение амплитуд, тем при большем отношении частот суммируемых колебаний происходит перескок от знаменателя к числителю коэффициента пропорциональности. Данная закономерность наблюдалась во всем диапазоне исследуемых частот, т.е. до отношения частот равных $n = 8$.

Литература

1. Гельмгольц Г. Учение о слуховых ощущениях как физиологическая основа для теории музыки. Типография товарищества «Общественная польза». 1875.
2. Гоноровский И.С. Частотная модуляция и ее применения. Изд-во литературы по вопросам связи и радио. 1948.
3. Попов А.Н. Математический анализ биений. Госэнергоиздат. 1956.