Об исчислении Ламбека с одним делением и двумя примитивными типами

Кузнецов Степан Львович

студент 3-го курса

Московский гос. университет им. М.В.Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: skuzn@inbox.ru

Введение

Рассмотрим исчисление L*(\), которое является вариантом элементарного фрагмента исчисления Ламбека L (Ламбек, 1964). Pr = { p_1, ... } - множество примитивных типов. Типы L*(\) строятся из примитивных с помощью связки \ (левое деление). Типы обозначаются большими латинскими, их последовательности (конечные, возможно пустые) - большими греческими буквами. В L*(\) выводятся секвенции вида $\Gamma \to A$. Аксиомы имеют вид $A \to A$. Правила вывода: 1) из $A \Gamma \to B$ выводится $\Gamma \to A \backslash B$; 2) из $\Gamma \to A$ и $\Delta B \Theta \to C$ выводится $\Delta \Gamma (A \backslash B) \Theta \to C$. В качестве множества примитивных типов можно рассматривать и другие множества, например {p,q} или {p_1, p_2, ..., p_N}. Соответствующие исчисления называются L*(\;p,q) и L*(\;p_1, ..., p_N) соответственно. Грамматикой Ламбека называется набор из начального типа A, алфавита Σ и соответствия между типами и буквами алфавита. Слово $a_1 \ldots a_n$ выводится в этой грамматике, если существуют типы B_1, ..., B_n, находящиеся в данном соответствии с a_i, для которых выводится секвенция $B_1 \ldots B_n \to A$. Имеется также понятие контекстно-свободной грамматики (Хомский, 1961): это набор из двух непересекающихся алфавитов N и Σ, начального символа $S \in N$ и множества правил, сопоставляющих каждому элементу N (нетерминальному символу) слово в алфавите $N \cup \Sigma$. Вывод в контекстно-свободной грамматике состоит в последовательной замене символов из N на соответствующие слова по правилам (сначала слово состоит из одного символа S). Если в конце получается слово, целиком состоящее из элементов Σ, это слово объявляется элементом порождаемого языка.

Постановка задачи

Возникает естественная задача сравнения классов языков, порождаемых грамматиками Ламбека с одной стороны и контекстно-свободными с другой. Имеет место следующее утверждение (Бушковский, 1996): класс языков, порождаемых L*(\)-грамматиками, в точности совпадает с классом всех контекстно-свободных языков. Докажем, что это утверждение можно (в одну сторону) усилить: оно остаётся верным, если заменить L*(\) на L*(\;p,q). Точная формулировка утверждения такова: любой контекстно-свободный язык порождается некоторой L*(\;p,q)-грамматикой.

Методы

Чтобы доказать это, рассмотрим подстановку, сводящую выводимость в L*(\) к выводимости в L*(\;p,q). По индукции определим типы A_m : $A_0 = q$, $A_{m+1} = (A_m \backslash p) \backslash p$. Для всех натуральных m, N таких, что m < N+1, определим обратной индукцией по m (от N к нулю) тип B_m^N : $B_N^N = p \backslash A_m$, $B_{m-1}^N = p \backslash (p \backslash B_m^N)$. Заметим, что получившийся тип является типом меньшего исчисления L*(\;p,q).

Переводом в циклическую линейную логику и применением сетей доказательств (Пентус, 2001) доказывается, что секвенция выводится в L*(\; p_1, ... p_N) тогда и только тогда, когда результат подстановки в неё типов B_m^N вместо p_m (0 < m < N+1) выводится в L*(\;p,q). Так как описание любой L*(\)-грамматики конечно, то оно содержит лишь конечное число примитивных типов, т.е. грамматика на самом деле является L*(\;p_1, ..., p_N)-грамматикой для некоторого N. Осуществляя описанную выше подстановку, получаем L*(\;p,q)-грамматику, порождающую тот же язык. Поскольку любой контекстно-свободный язык порождается некоторой L*(\)-грамматикой, получаем, что L*(\;p,q)-грамматики порождают все контекстно-свободные языки.

Результаты

Итак, языки, порождаемые L*(\;p,q)-грамматиками, суть все контекстно-свободные языки. В качестве дополнительного результата получается ещё одно утверждение: правило, заданное схемой, допустимо в L*(\;p,q) тогда и только тогда, когда оно допустимо в L*(\).

Литература

1. Ламбек И. (1964) Математическое исследование структуры предложения // Математическая лингвистика. Сборник переводов / под ред. Ю.А.Шрейдера и др. М.: Мир, 1964, сс. 47-68.
2. Хомский Н. (1961) Три модели для описания языка // Кибернетический сборник, вып. 2. М.: ИЛ, 1961, сс. 237-266.
2. Buszkowski, W. (1996) Extending Lambek Grammars to Basic Categorial Grammars // Journal of Logic, Language and Information, N5, pp. 279-295.
3. Pentus, M. (2001) Free Monoid Completeness of the Lambek Calculus Allowing Empty Premises // Logic Colloquium '96: Proc. of the colloquium held in San Sebastian, Spain, July 9-15, 1996. Berlin etc.: Springer, 1998, pp. 171-209.